

درس مدارهای الکتریکی ۱  
فصل دهم  
تحلیل مدارهای AC

مدرس:  
هومان کعبی

[hkaabi@gmail.com](mailto:hkaabi@gmail.com)

# مطالب این فصل

- مقدمه
- تحلیل گره
- تحلیل مش
- قضیه جمع آثار
- قضیه انتقال منابع
- قضایای مدار معادل تونن و نورتن
- تقویت کننده عملیاتی در مدارهای جریان متناوب
- خلاصه مطالب

## مقدمه

در فصل گذشته با نحوه استفاده از مفهوم فازور در تعیین پاسخ ماندگار یا اجباری مدارها به ورودی‌های سینوسی آشنا شدید. همچنین کاربرد قوانین اهم و کیرشهف را در تحلیل مدارهای متناوب مشاهده کردید.

در این فصل با نحوه استفاده از تحلیل گره، تحلیل مش، قضیه تونن، قضیه نورتن و تبدیل منابع آشنا خواهید شد.

# مراحل تحلیل مدارهای متناوب

## Steps to Analyze ac Circuits:

1. Transform the circuit to the phasor or frequency domain.
2. Solve the problem using circuit techniques (nodal analysis, mesh analysis, superposition, etc.).
3. Transform the resulting phasor to the time domain.

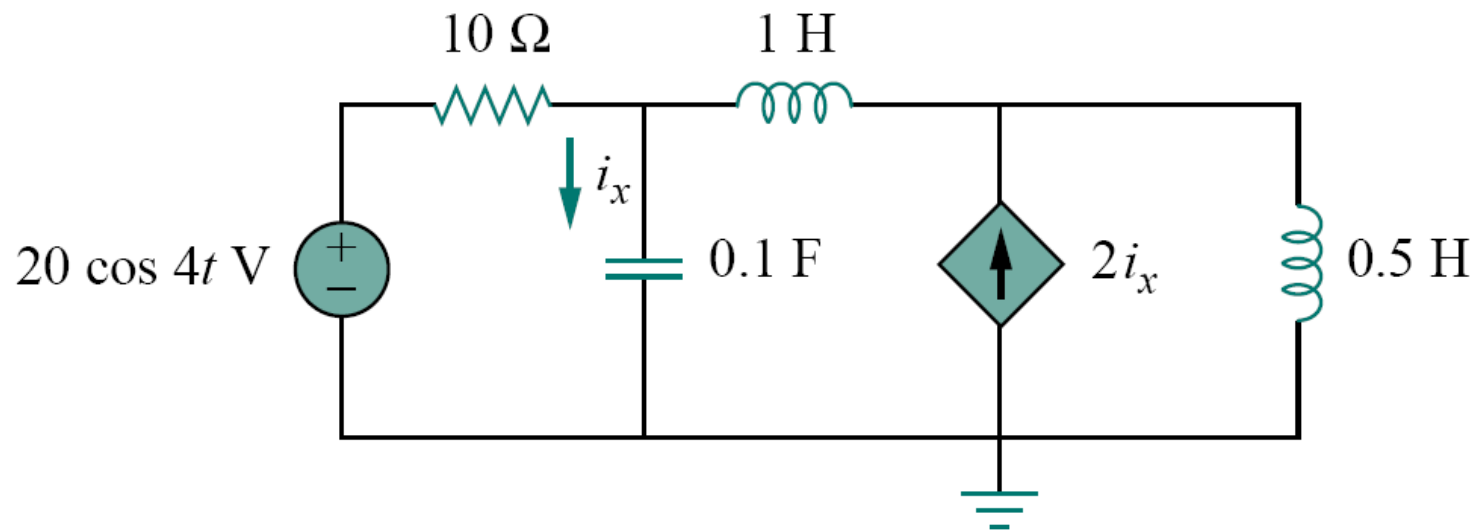
۱. مدار را به حوزه فرکانس یا فازور تبدیل کنید.
۲. مسئله را با استفاده از فنون تحلیل مدار (تحلیل گره، تحلیل مش، جمع آثار، ...) حل کنید.
۳. فازور بدست آمده را به حوزه زمان تبدیل کنید.

# تحلیل گره

مبنای تحلیل گره قانون KCL می باشد. از آنجا که KCL برای فازورها هم صدق می کند، بنابراین می توان از تحلیل گره برای آنالیز مدارهای AC (متناوب) استفاده نمود.

این موضوع را با استفاده از چند مثال بررسی خواهیم نمود.

مثال: با استفاده از تحلیل گره، جریان  $i_x$  را بدست آورید.



ابتدا مدار را به حوزه فرکانس منتقل کنید.

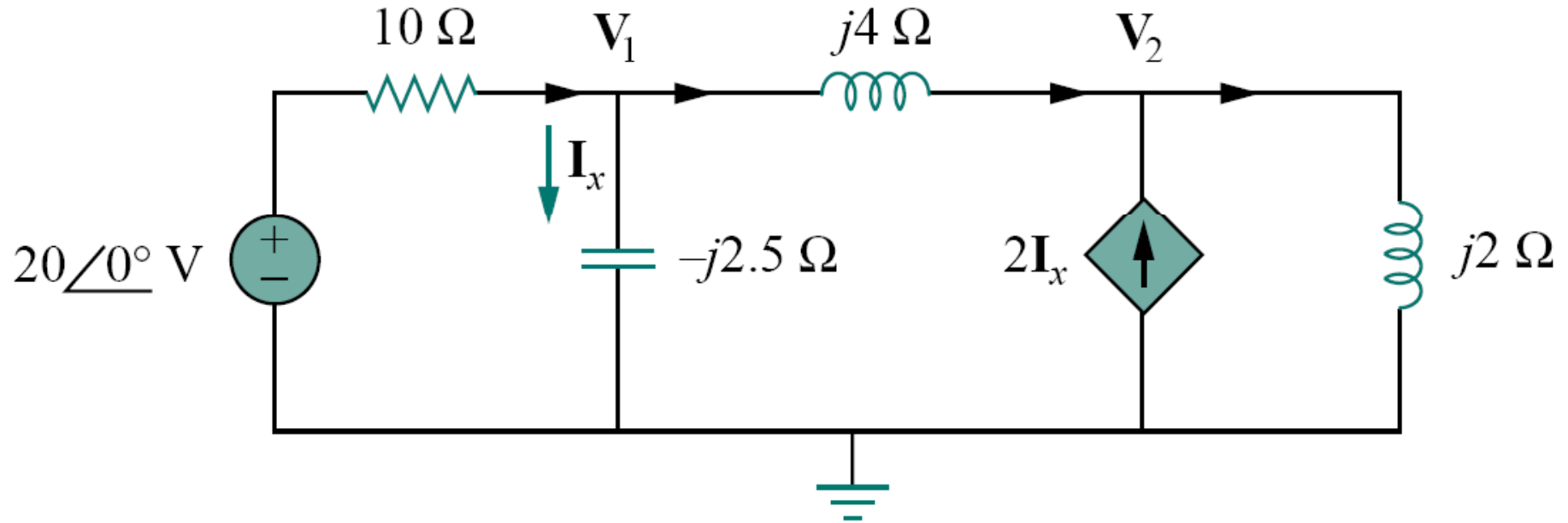
$$20 \cos 4t \quad \Longrightarrow \quad 20 \angle 0^\circ, \quad \omega = 4 \text{ rad/s}$$

$$1 \text{ H} \quad \Longrightarrow \quad j\omega L = j4$$

$$0.5 \text{ H} \quad \Longrightarrow \quad j\omega L = j2$$

$$0.1 \text{ F} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j2.5$$

## مدار معادل در حوزه فرکانس



$$\frac{20 - V_1}{10} = \frac{V_1}{-j2.5} + \frac{V_1 - V_2}{j4}$$

با اعمال KCL به گره ۱:

$$(1 + j1.5)V_1 + j2.5V_2 = 20$$

$$\frac{2V_1}{-j2.5} + \frac{V_1 - V_2}{j4} = \frac{V_2}{j2}$$

به همین ترتیب KCL برای گره ۲:

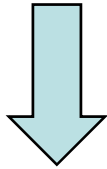
$$11V_1 + 15V_2 = 0$$

مدارهای الکتریکی

مدارهای متناوب

$$\begin{bmatrix} 1 + j1.5 & j2.5 \\ 11 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

تشکیل دستگاه معادلات



$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 + j1.5 & j2.5 \\ 11 & 15 \end{vmatrix} = 15 - j5$$

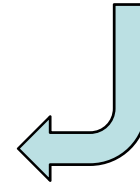
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & j2.5 \\ 0 & 15 \end{vmatrix} = 300, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 + j1.5 & 20 \\ 11 & 0 \end{vmatrix} = -220$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{300}{15 - j5} = 18.97 \angle 18.43^\circ \text{ V}$$

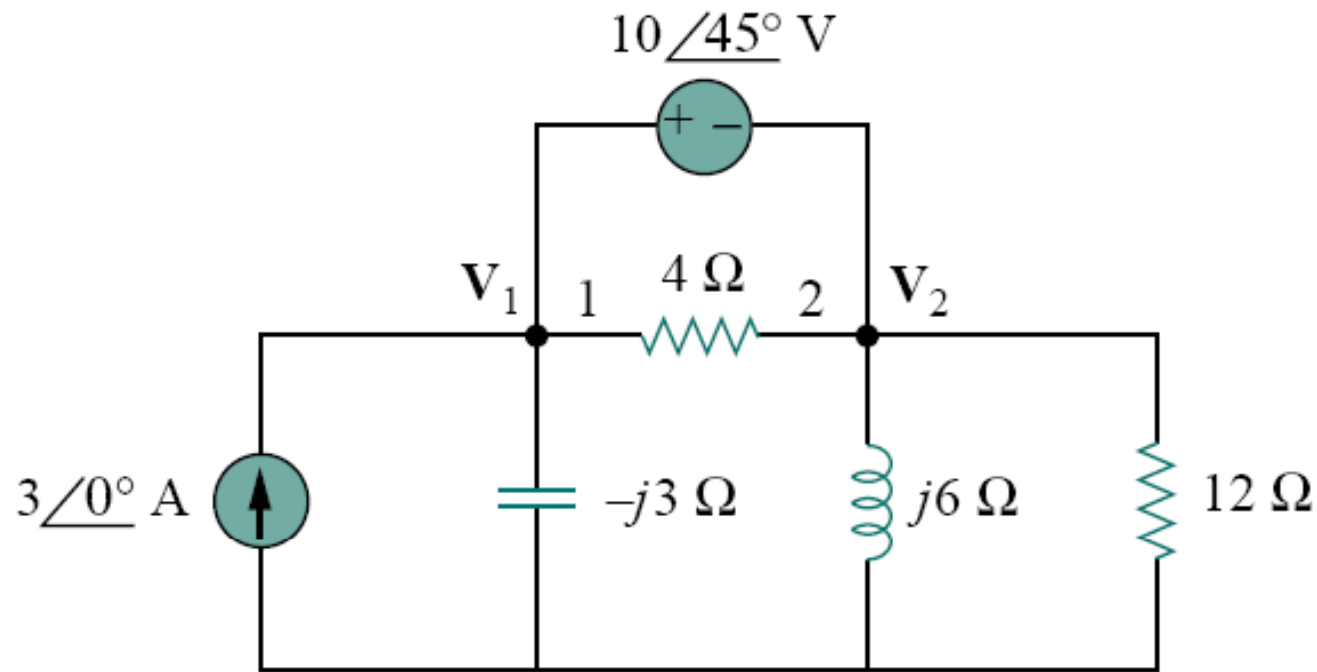
$$\mathbf{V}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-220}{15 - j5} = 13.91 \angle 198.3^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{V}_1}{-j2.5} = \frac{18.97 \angle 18.43^\circ}{2.5 \angle -90^\circ} = 7.59 \angle 108.4^\circ \text{ A}$$

$$i_x = 7.59 \cos(4t + 108.4^\circ) \text{ A}$$

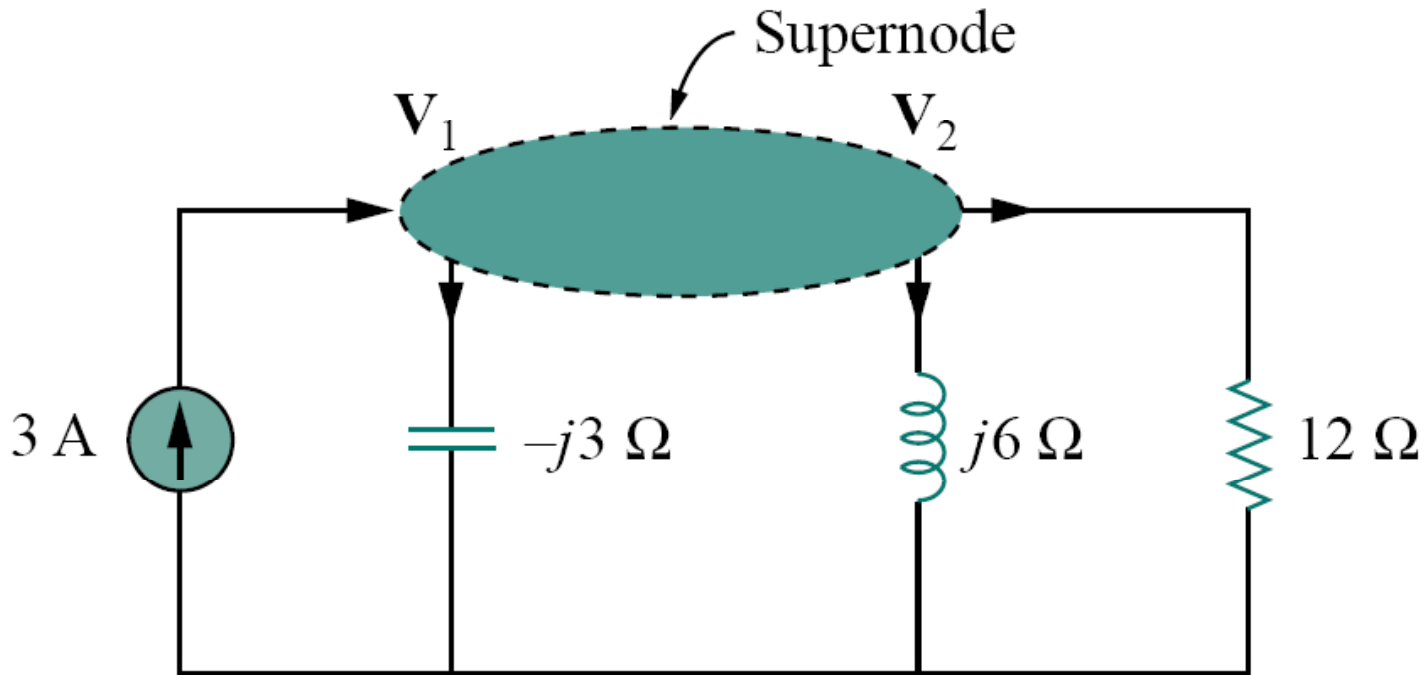


$V_1$  و  $V_2$  را در مدار ذیل بدست آورید.



گره‌های ۱ و ۲ تشکیل یک آبر گره می‌دهند بنابراین KCL را برای این آبر گره می‌نویسیم:

$$3 = \frac{V_1}{-j3} + \frac{V_2}{j6} + \frac{V_2}{12} \quad \Rightarrow \quad 36 = j4V_1 + (1 - j2)V_2$$



یک معادله دیگر نیز لازم داریم که از KVL بین دو گره ۱ و ۲ بدست می آید.

$$V_1 = V_2 + 10 \angle 45^\circ$$

با جایگذاری در معادله قبلی می توانیم دستگاه را حل کنیم.

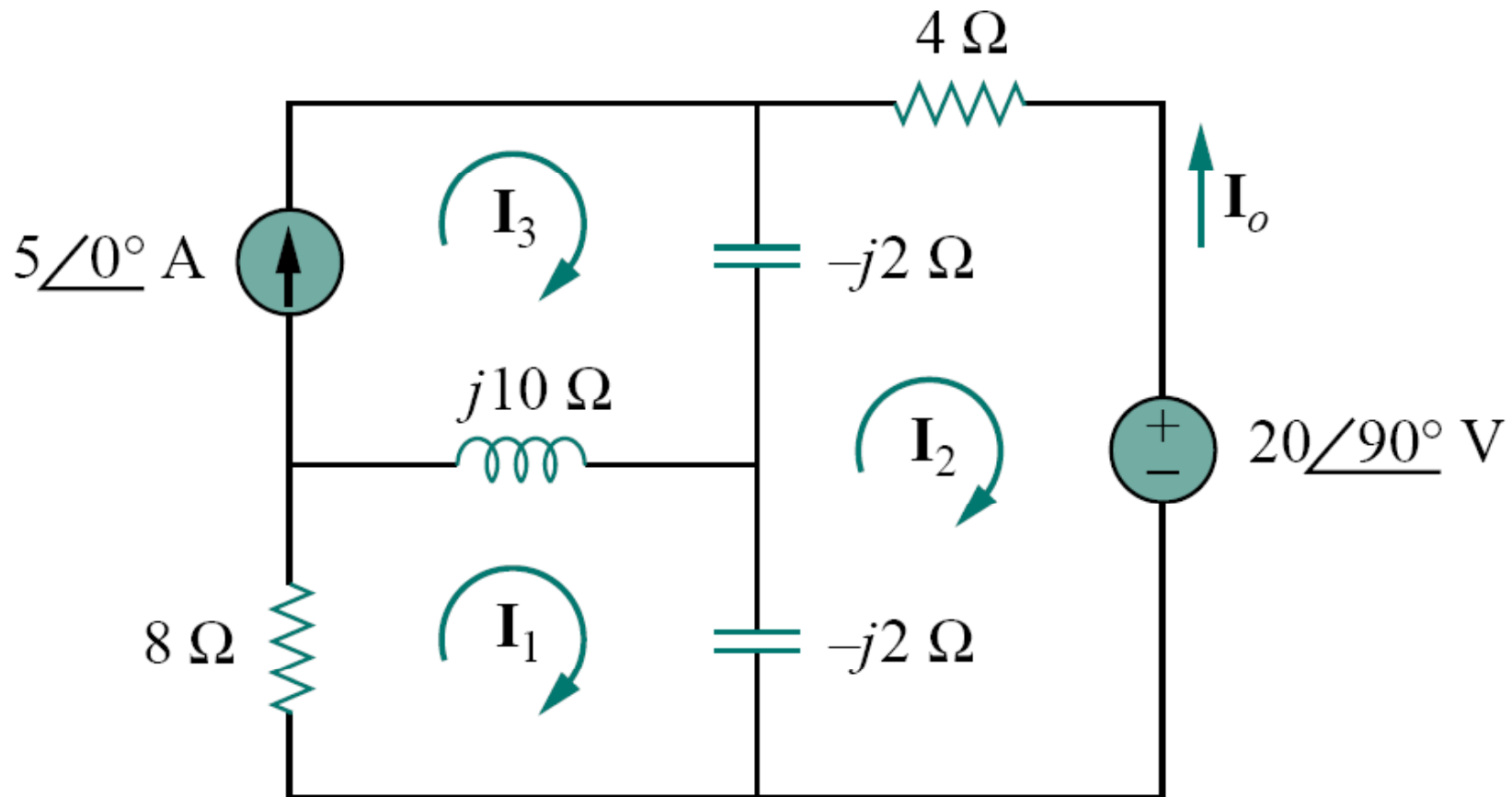
$$36 - 40 \angle 135^\circ = (1 + j2)V_2 \quad \Rightarrow \quad V_2 = 31.41 \angle -87.18^\circ \text{ V}$$

$$V_1 = 31.41 \angle -87.18^\circ + 10 \angle 45^\circ = 25.78 \angle -70.48^\circ \text{ V}$$

# تحلیل مش

KVL پایه و اساس تحلیل مش را تشکیل می دهد. با توجه به اینکه KVL برای فازورها و متغیرهای حوزه فرکانس نیز صدق می کند بنابراین امکان استفاده از تحلیل مش بنیز می توان برای آنالیز مدارهای AC استفاده نمود.

با استفاده از تحلیل مش جریان  $I_0$  را در مدار ذیل بدست آورید.



با اعمال KVL به مش شماره ۱:

$$(8 + j10 - j2)I_1 - (-j2)I_2 - j10I_3 = 0$$

با اعمال KVL به مش شماره ۲:

$$(4 - j2 - j2)I_2 - (-j2)I_1 - (-j2)I_3 + 20 \angle 90^\circ = 0$$

KVL برای مش شماره ۳:

$$I_3 = 5$$

پس از ساده کردن معادلات یک دستگاه دو معادله دو مجهول بدست خواهد آمد.

$$\begin{bmatrix} 8 + j8 & j2 \\ j2 & 4 - j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j50 \\ -j30 \end{bmatrix}$$

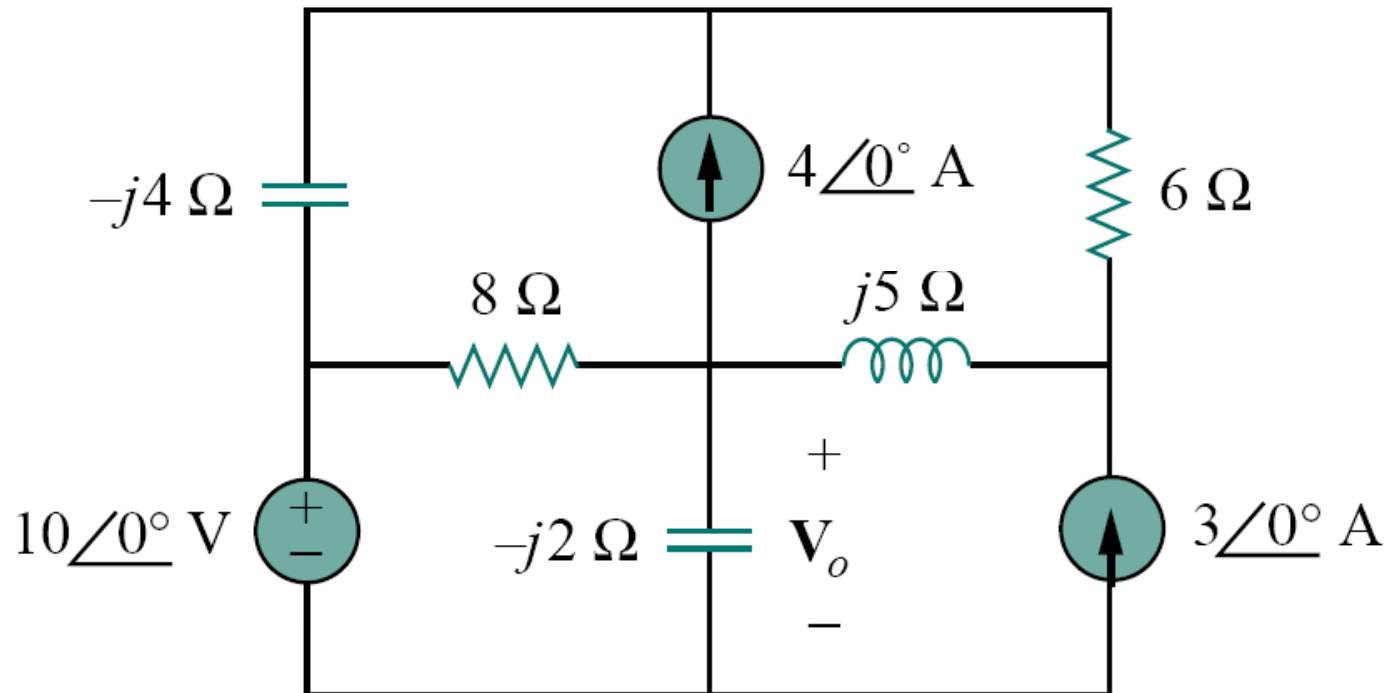
$$\Delta = \begin{vmatrix} 8 + j8 & j2 \\ j2 & 4 - j4 \end{vmatrix} = 32(1 + j)(1 - j) + 4 = 68$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 + j8 & j50 \\ j2 & -j30 \end{vmatrix} = 340 - j240 = 416.17 \angle -35.22^\circ$$

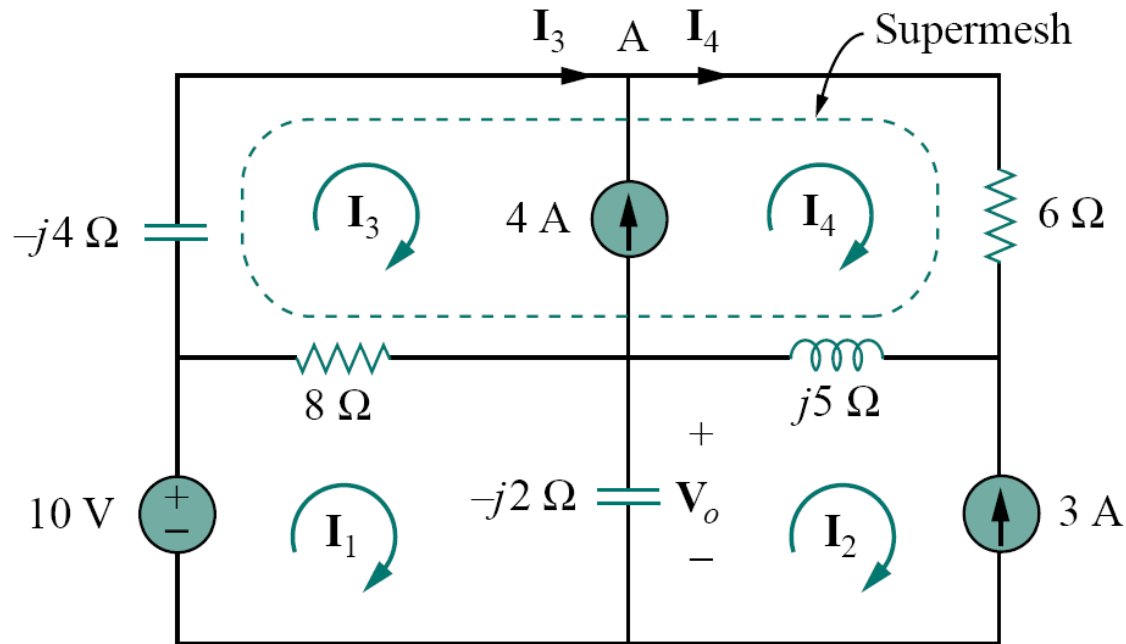
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{416.17 \angle -35.22^\circ}{68} = 6.12 \angle -35.22^\circ \text{ A}$$

$$I_1 = -I_2 = 6.12 \angle 144.78^\circ \text{ A}$$

با استفاده از تحلیل مش ولتاژ  $V_o$  را در مدار ذیل بدست آورید.



همانگونه که ملاحظه می شود بین دو مش این مدار یک منبع جریان مستقل داریم بنابراین در این مدار ابر مش وجود دارد.



با اعمال KVL به مش ۱:

$$-10 + (8 - j2)I_1 - (-j2)I_2 - 8I_3 = 0$$

$$(8 - j2)I_1 + j2I_2 - 8I_3 = 10$$

$$I_2 = -3$$

KVL در مش ۲:

$$(8 - j4)I_3 - 8I_1 + (6 + j5)I_4 - j5I_2 = 0$$

KVL در ابر مش:

$$I_4 = I_3 + 4$$

KCL در گره A:

$$\begin{bmatrix} 8 - j2 & -8 \\ -8 & 14 + j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + j6 \\ -24 - j35 \end{bmatrix}$$

از ترکیب معادلات قبلی می توان یک دستگاه  
دو معادله دو مجهولی تشکیل داد:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 8 - j2 & -8 \\ -8 & 14 + j \end{vmatrix} = 112 + j8 - j28 + 2 - 64 = 50 - j20$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 10 + j6 & -8 \\ -24 - j35 & 14 + j \end{vmatrix} = 140 + j10 + j84 - 6 - 192 - j280 \\ &= -58 - j186 \end{aligned}$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-58 - j186}{50 - j20} = 3.618 \angle 274.5^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_o &= -j2(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = -j2(3.618 \angle 274.5^\circ + 3) \\ &= -7.2134 - j6.568 = 9.756 \angle 222.32^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

# اصل جمع آثار

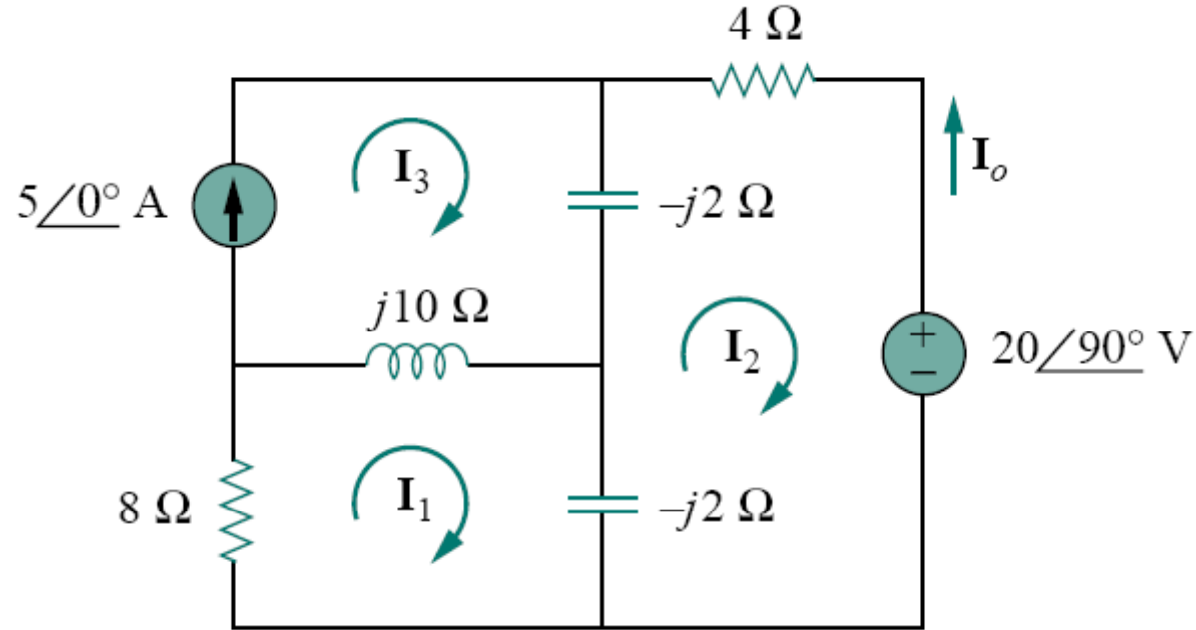
• با توجه به اینکه مدارهای ac (متناوب) خطی هستند بنابراین اصل جمع آثار به روشی مشابه (مدارهای dc) در این مدارها نیز قابل استفاده است. این قضیه به ویژه هنگامی که منابع در فرکانس‌های مختلف کار می‌کنند دارای اهمیت می‌باشد.

• در این حالت از آنجا که امپدانس‌ها وابسته به فرکانس هستند لذا باید برای هر فرکانس یک مدار مجزای حوزه فرکانس در نظر گرفته شود.

• پاسخ کلی از جمع تک تک پاسخ‌ها در حوزه زمان بدست خواهد آمد. تلاش برای جمع این مؤلفه‌ها در حالت فازوری یا حوزه فرکانس صحیح نیست چرا که عامل نمائی  $e^{j\omega t}$  در تحلیل سینوسی پنهان است.

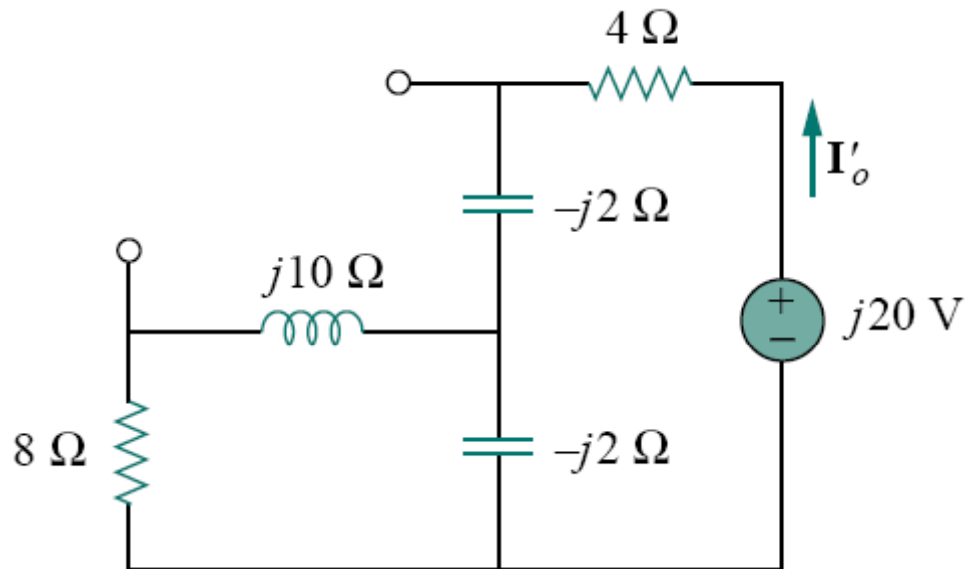
• بنابراین وقتی مدار دارای منابع در فرکانس‌های کاری مختلف است باید پاسخ‌های مربوط به فرکانس‌های مختلف را در حوزه زمان جمع نمود.

مثال: از قضیه جمع آثار برای یافتن  $I_o$  در مدار استفاده کنید.



فرض کنید: 
$$I_o = I'_o + I''_o$$

که  $I'_o$  و  $I''_o$  به ترتیب ناشی از منبع ولتاژ و منبع جریان باشند.

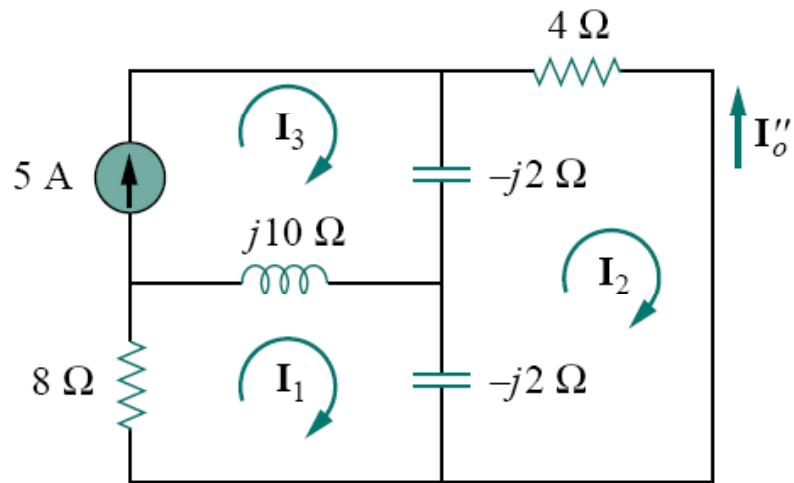


برای یافتن  $I'_o$  مدار شکل مقابل را در نظر بگیرید. فرض کنید  $Z$  ترکیب موازی  $-j2$  و  $8+j10$  باشد:

$$\mathbf{Z} = \frac{-j2(8 + j10)}{-2j + 8 + j10} = 0.25 - j2.25$$

$$\mathbf{I}'_o = \frac{j20}{4 - j2 + \mathbf{Z}} = \frac{j20}{4.25 - j4.25}$$

$$\mathbf{I}'_o = -2.353 + j2.353$$



(b)

برای بدست آوردن  $I''_o$  میتوان مدار روبرو را در نظر گرفت.

$$(8 + j8)I_1 - j10I_3 + j2I_2 = 0$$

(۱) KVL در مش ۱:

$$(4 - j4)I_2 + j2I_1 + j2I_3 = 0$$

(۲) KVL در مش ۲:

$$I_3 = 5$$

(۳) در مش ۳:

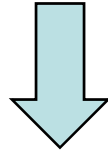
$$\xrightarrow{\text{(۲) و (۳)}} (4 - j4)I_2 + j2I_1 + j10 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = (2 + j2)I_2 - 5$$

مدارهای الکتریکی

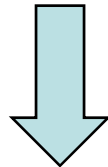
مدارهای متناوب

معادله (۱) را نیز می توان بدین صورت بازنویسی کرد:

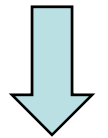
$$(8 + j8)[(2 + j2)\mathbf{I}_2 - 5] - j50 + j2\mathbf{I}_2 = 0$$



$$\mathbf{I}_2 = \frac{90 - j40}{34} = 2.647 - j1.176$$

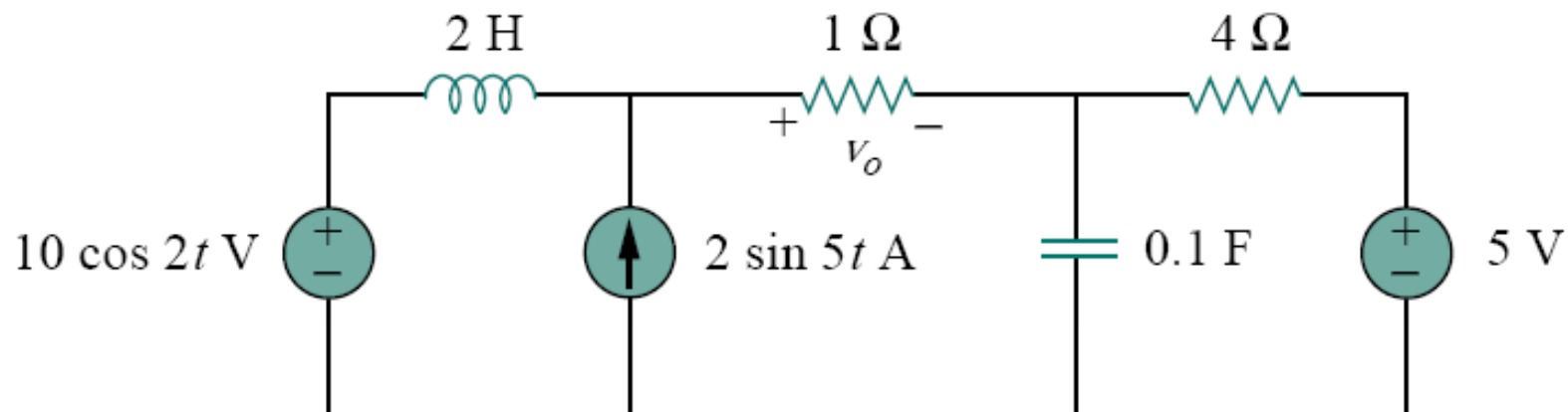


$$\mathbf{I}_o'' = -\mathbf{I}_2 = -2.647 + j1.176$$



$$\mathbf{I}_o = \mathbf{I}_o' + \mathbf{I}_o'' = -5 + j3.529 = 6.12 \angle 144.78^\circ \text{ A}$$

مثال: با استفاده از قضیه جمع آثار  $v_o$  را در مدار ذیل بدست آورید.

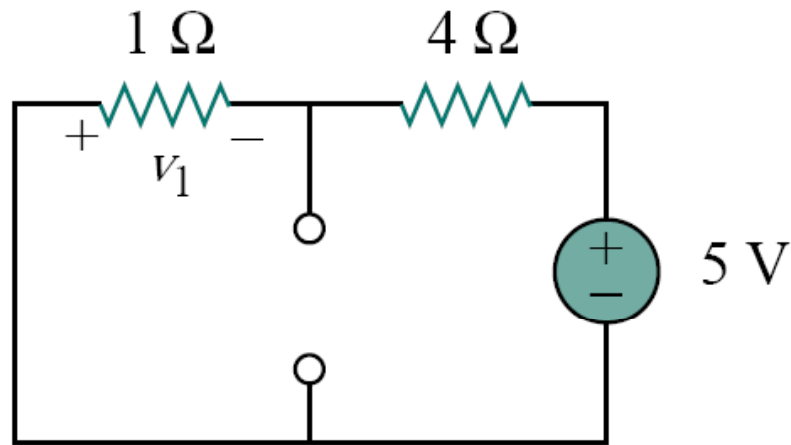


با توجه به اینکه مدار دارای سه منبع با فرکانس‌های متفاوت است یک راه حل استفاده از قضیه جمع آثار است که منجر به حل سه مدار متفاوت خواهد شد. بنابراین فرض می‌کنیم جواب از سه بخش مجزا تشکیل شده باشد:

$$v_o = v_1 + v_2 + v_3$$

که  $v_1$  ناشی از منبع ۵ ولت dc،  $v_2$  در اثر منبع ولتاژ  $10\cos 2t$  و  $v_3$  در اثر منبع جریان  $2\sin 5t$  هستند.

برای پیدا کردن  $v_1$  همه منابع بجز منبع 5V-dc را صفر می کنیم:



براحتی می توان  $v_1$  را از تقسیم مقاومتی بدست آورد:

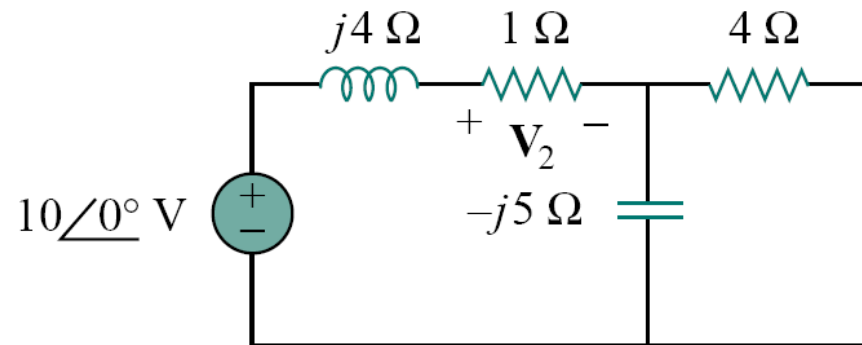
$$-v_1 = \frac{1}{1+4}(5) = 1 \text{ V}$$

برای بدست آوردن  $v_2$  منبع ولتاژ 5-V dc و منبع جریان  $2\sin 5t$  را صفر نموده و مدار را رسم نموده و سپس حل کنید:

$$10 \cos 2t \quad \Rightarrow \quad 10 \angle 0^\circ, \quad \omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$2 \text{ H} \quad \Rightarrow \quad j\omega L = j4 \Omega$$

$$0.1 \text{ F} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j5 \Omega$$



ابتدا لازم است امپدانس معادل دو شاخه موازی را بدست آورید:

$$\mathbf{Z} = -j5 \parallel 4 = \frac{-j5 \times 4}{4 - j5} = 2.439 - j1.951$$

سپس با استفاده از تقسیم ولتاژی می توان  $v_2$  را بدست آورد:

$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{1 + j4 + \mathbf{Z}} (10 \angle 0^\circ) = \frac{10}{3.439 + j2.049} = 2.498 \angle -30.79^\circ$$

$$v_2 = 2.498 \cos(2t - 30.79^\circ)$$

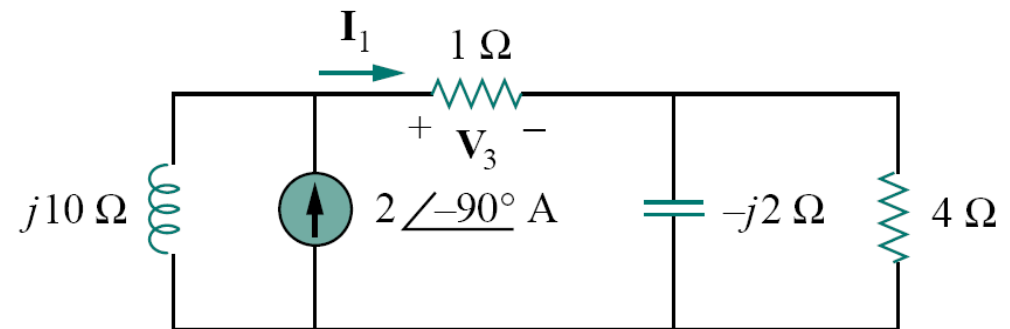
بنابراین در حوزه زمان:

برای بدست آوردن  $V_3$  منابع ولتاژ را صفر نموده صفر نموده، مدار را رسم و سپس حل کنید:

$$2 \sin 5t \implies 2 \angle -90^\circ, \quad \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$2 \text{ H} \implies j\omega L = j10 \Omega$$

$$0.1 \text{ F} \implies \frac{1}{j\omega C} = -j2 \Omega$$



$$\mathbf{Z}_1 = -j2 \parallel 4 = \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 0.8 - j1.6 \Omega$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{j10}{j10 + 1 + \mathbf{Z}_1} (2 \angle -90^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{I}_1 \times 1 = \frac{j10}{1.8 + j8.4} (-j2) = 2.328 \angle -77.91^\circ \text{ V}$$

$$v_3 = 2.33 \cos(5t - 80^\circ) = 2.33 \sin(5t + 10^\circ) \text{ V}$$

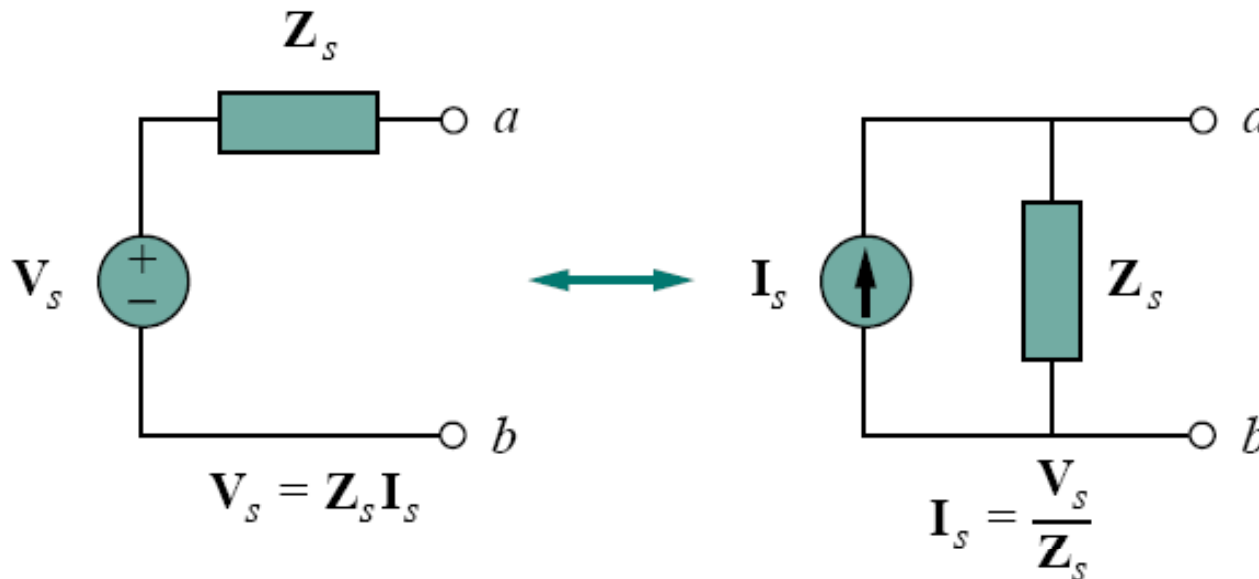
حال با استفاده از قضیه جمع آثار می توان نتایج بدست آمده را با یکدیگر جمع نمود:

$$v_o(t) = -1 + 2.498 \cos(2t - 30.79^\circ) + 2.33 \sin(5t + 10^\circ) \text{ V}$$

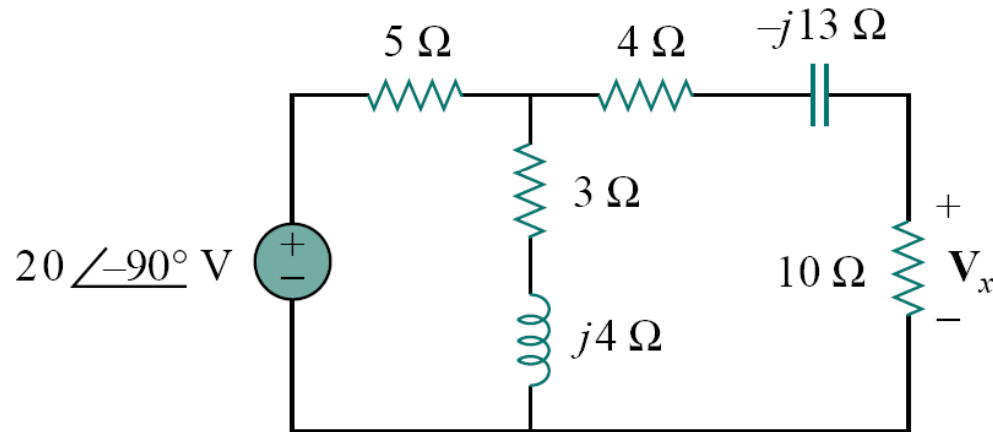
# تبدیل منابع

تبدیل منابع در حوزه فرکانس مستلزم تبدیل منبع ولتاژ سری با یک امپدانس به یک منبع جریان موازی با امپدانس و یا بالعکس می باشد. با تبدیل از یک حالت به حالت دیگر باید روابط ذیل برقرار باقی بمانند:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{Z}_s \mathbf{I}_s \quad \iff \quad \mathbf{I}_s = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{Z}_s}$$

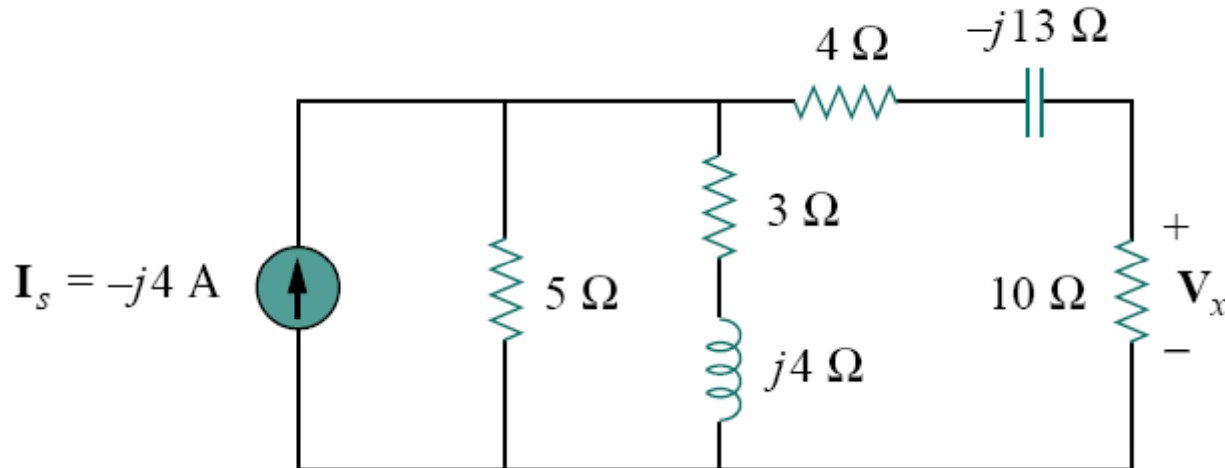


با استفاده از روش تبدیل منابع در مدار زیر،  $V_x$  را حساب کنید:



$$I_s = \frac{20 \angle -90^\circ}{\epsilon} = 4 \angle -90^\circ = -j4 \text{ A}$$

ابتدا منبع ولتاژ را به یک منبع جریان تبدیل کنید.

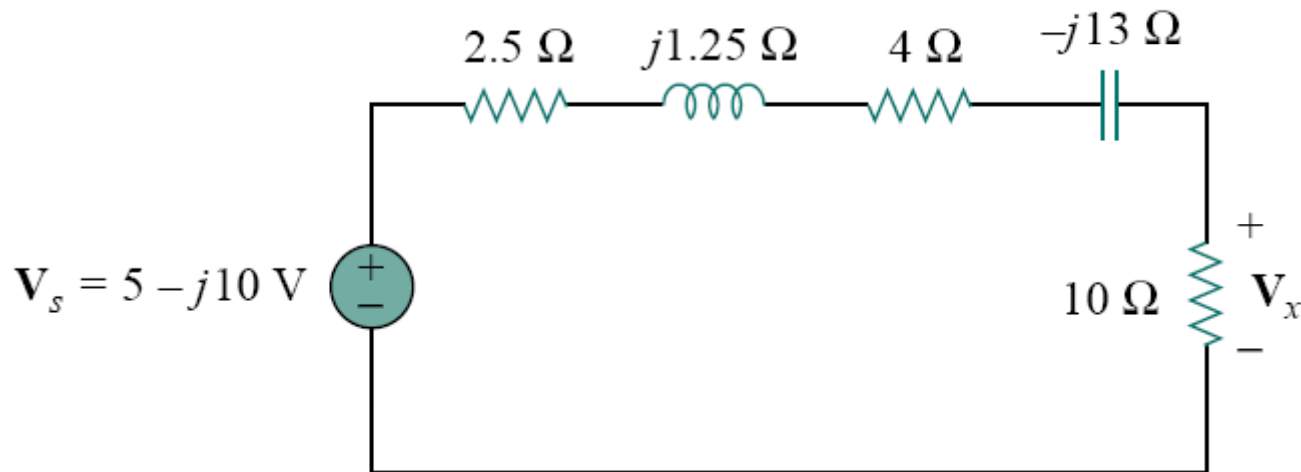


سپس  $Z_1$  را که از موازی کردن امپدانس  $5\Omega$  و امپدانس  $3+j4$  حاصل شده بدست آورید:

$$Z_1 = \frac{5(3 + j4)}{8 + j4} = 2.5 + j1.25 \Omega$$

مجدداً منبع جریان را به یک منبع ولتاژ تبدیل کنید:

$$V_s = I_s Z_1 = -j4(2.5 + j1.25) = 5 - j10 \text{ V}$$

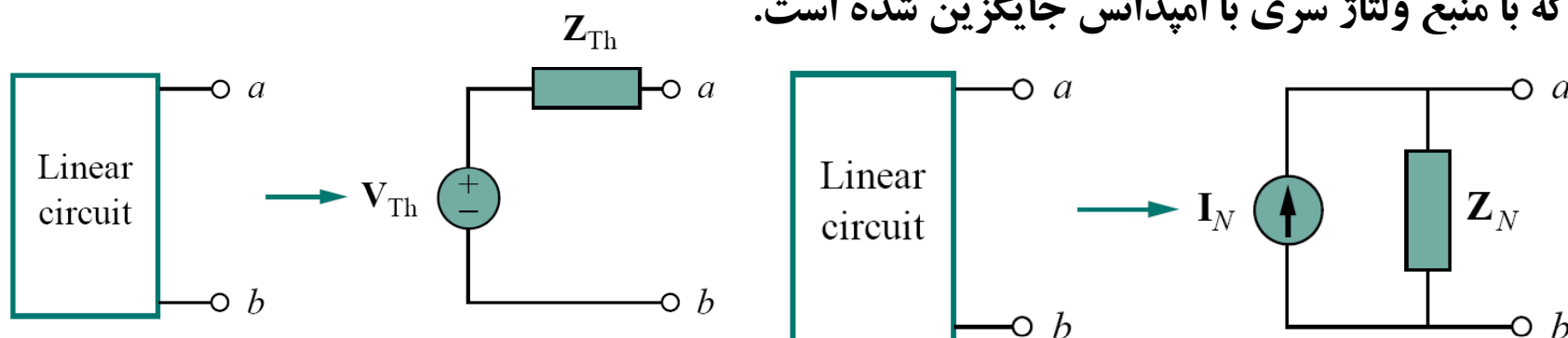


$V_x$  را می توان مستقیماً از تقسیم ولتاژ بدست آورد:

$$V_x = \frac{10}{10 + 2.5 + j1.25 + 4 - j13} (5 - j10) = 5.519 \angle -28^\circ \text{ V}$$

# مدارهای معادل تونن و نورتون

مدارهای معادل تونن و نورتن به همان روشی که قبلاً برای مدارهای جریان مستقیم توضیح داده شد، برای مدارهای متناوب نیز بکار می‌رود. تنها تفاوت استفاده از اعداد مختلط برای مدارهای متناوب است. روایت حوزه فرکانس مدار معادل تونن در شکل ذیل نشان داده شده است. این یک مدار خطی است که با منبع ولتاژ سری با امپدانس جایگزین شده است.



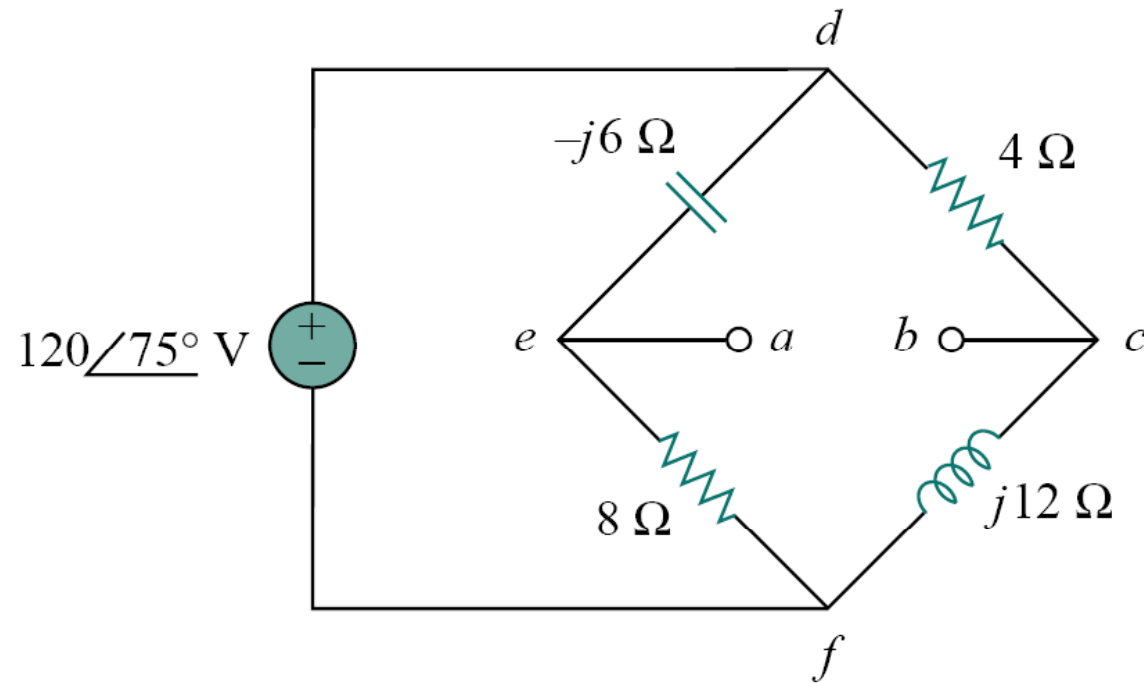
به همین ترتیب مدار معادل نورتن نیز نمایش داده شده است. بخاطر داشته باشید که این مدارها با روابط ذیل به یکدیگر مربوط می‌شوند.

$$V_{Th} = Z_N I_N, \quad Z_{Th} = Z_N$$

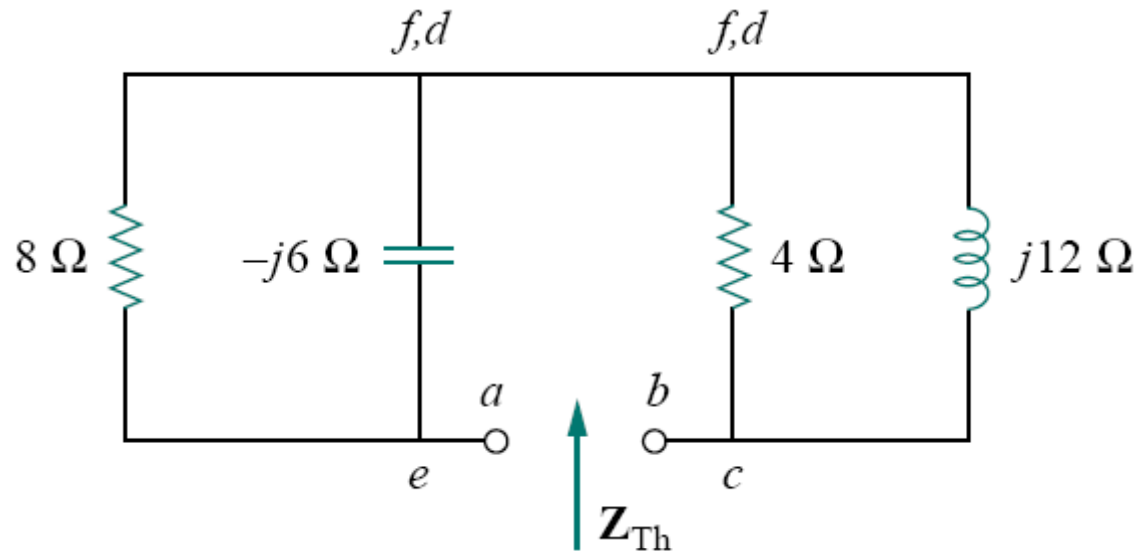
اگر مدار دارای منابعی با فرکانس‌های متفاوت باشد آنگاه مدارهای معادل تونن و نورتن باید برای هر فرکانس تعیین شوند.

این امر منجر به مدارهای معادل کاملاً متفاوت خواهد شد که هر کدام تنها برای یک فرکانس صدق می‌کنند. بنابراین در این شرایط یک مدار معادل واحد با منابع معادل و امپدانس معادل یکسان وجود نخواهد داشت.

مثال: مدار معادل تونن دیده شده از سرهای  $a$  و  $b$  را بدست آورید.



ابتدا با حذف منابع مدار، امپدانس معادل را مطابق شکل حساب کنید.



$$\mathbf{Z}_1 = -j6 \parallel 8 = \frac{-j6 \times 8}{8 - j6} = 2.88 - j3.84 \Omega$$

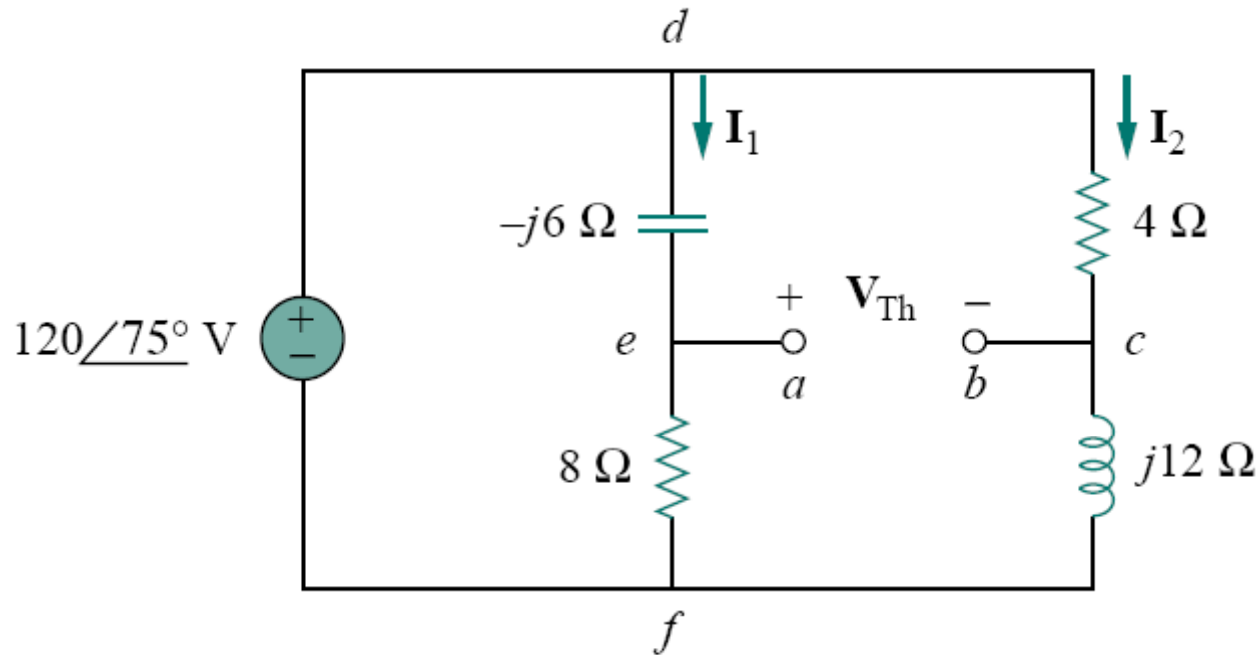
امپدانس معادل شاخه‌های موازی  
سمت چپ

$$\mathbf{Z}_2 = 4 \parallel j12 = \frac{j12 \times 4}{4 + j12} = 3.6 + j1.2 \Omega$$

امپدانس معادل شاخه‌های موازی  
سمت راست

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 6.48 - j2.64 \Omega$$

برای پیدا کردن ولتاژ تونن مدار ذیل را در نظر بگیرید:



ابتدا جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  را بدست آورید:

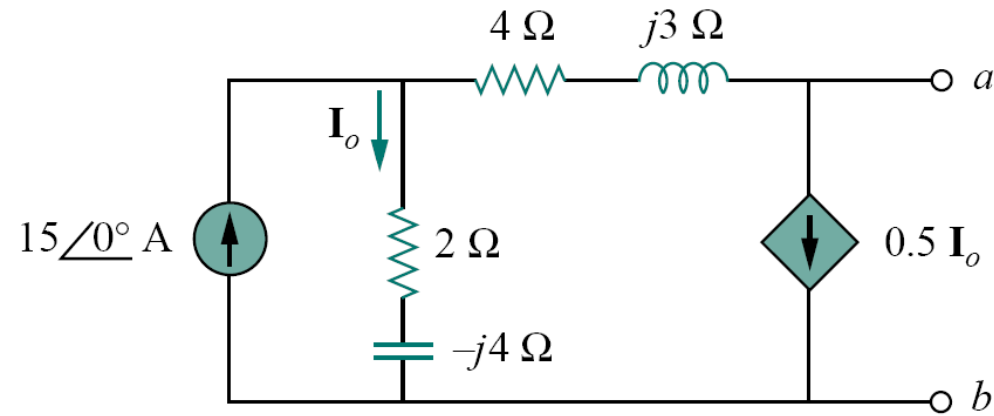
$$\mathbf{I}_1 = \frac{120 \angle 75^\circ}{8 - j6} \text{ A}, \quad \mathbf{I}_2 = \frac{120 \angle 75^\circ}{4 + j12} \text{ A}$$

حال KVL را در حلقه  $bcdeab$  بنویسید:

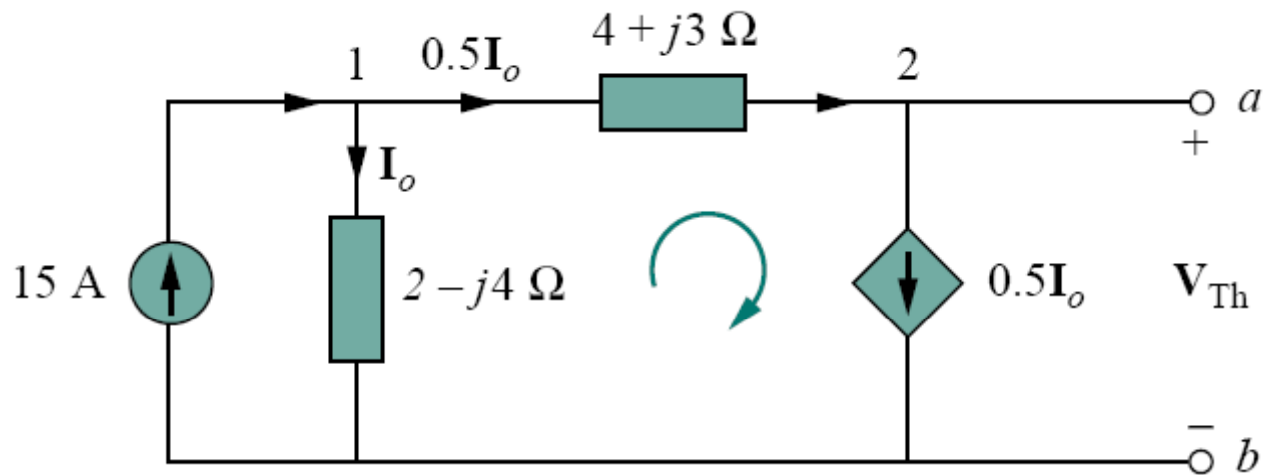
$$\mathbf{V}_{Th} - 4\mathbf{I}_2 + (-j6)\mathbf{I}_1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \mathbf{V}_{Th} = 4\mathbf{I}_2 + j6\mathbf{I}_1 &= \frac{480 \angle 75^\circ}{4 + j12} + \frac{720 \angle 75^\circ + 90^\circ}{8 - j6} \\
 &= 37.95 \angle 3.43^\circ + 72 \angle 201.87^\circ \\
 &= -28.936 - j24.55 = 37.95 \angle 220.31^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

مثال: مدار معادل تونن دیده شده از سرهای  $a$  و  $b$  را بدست آورید.



برای بدست آوردن  $V_{Th}$  ابتدا KCL را در گره ۱ مدار ذیل بکار ببرید:



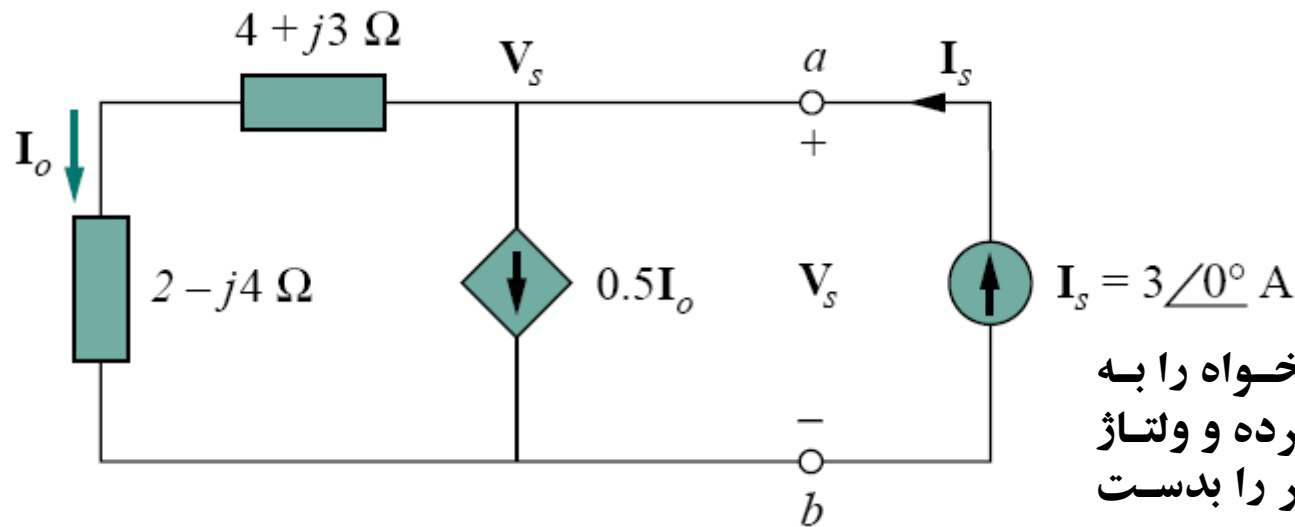
سپس KVL را در حلقه سمت راست گره ۱ بکار ببرید:

$$-I_o(2 - j4) + 0.5I_o(4 + j3) + V_{Th} = 0$$

$$V_{Th} = 10(2 - j4) - 5(4 + j3) = -j55$$

$$V_{Th} = 55 \angle -90^\circ \text{ V}$$

برای بدست آوردن  $Z_{Th}$  منابع مستقل مدار را مطابق شکل زیر حذف کنید.



یک منبع جریان دلخواه را به سرهای  $a-b$  وصل کرده و ولتاژ دیده شده از این دو سر را بدست آورید.

$$3 = \mathbf{I}_o + 0.5\mathbf{I}_o \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{I}_o = 2 \text{ A} \quad \text{با اعمال KCL در گره } a:$$

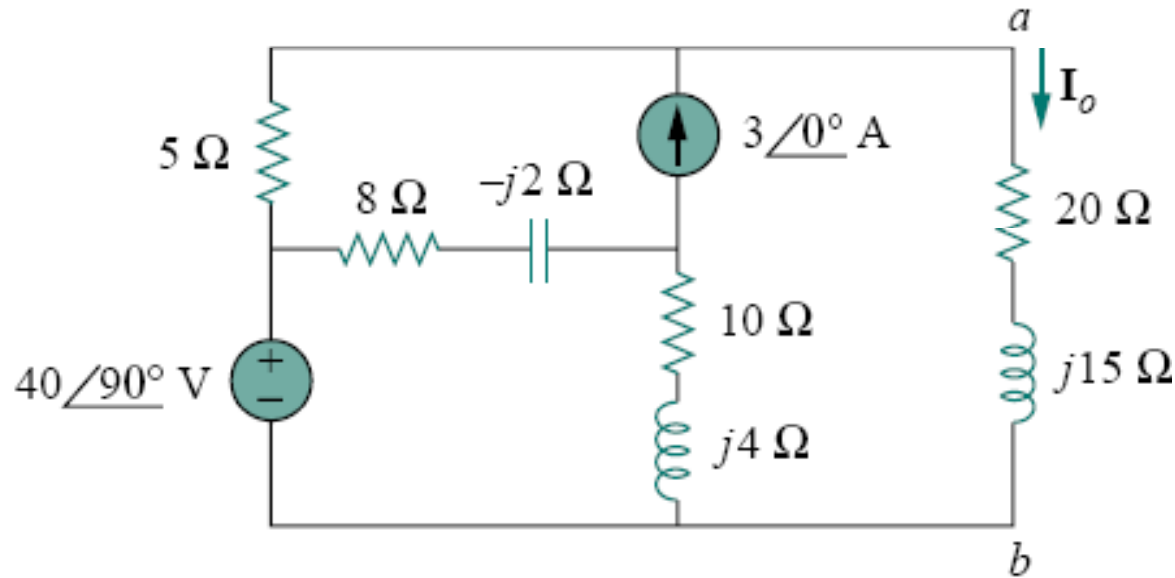
حال اگر KVL را برای حلقه خارجی بنویسید:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{I}_o(4 + j3 + 2 - j4) = 2(6 - j)$$

در خاتمه می‌توانید از تقسیم ولتاژ بدست آمده بر جریان، امپدانس تونن را بدست آورید:

$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{I}_s} = \frac{2(6 - j)}{3} = 4 - j0.6667 \Omega$$

مثال: جریان  $I_o$  را با استفاده از قضیه نورتن حساب کنید.

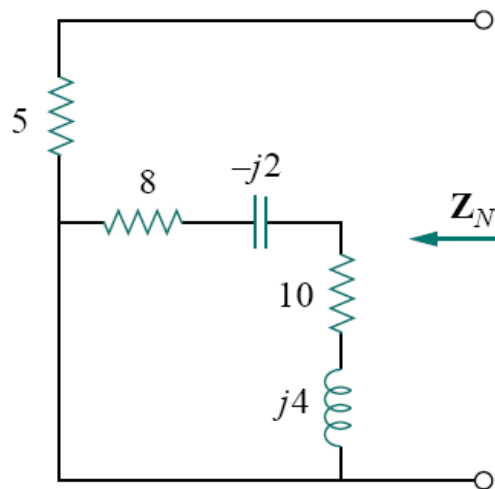


ابتدا لازم است مدار معادل نورتن را که از سرهای  $a$  و  $b$  دیده می شود پیدا کنید.

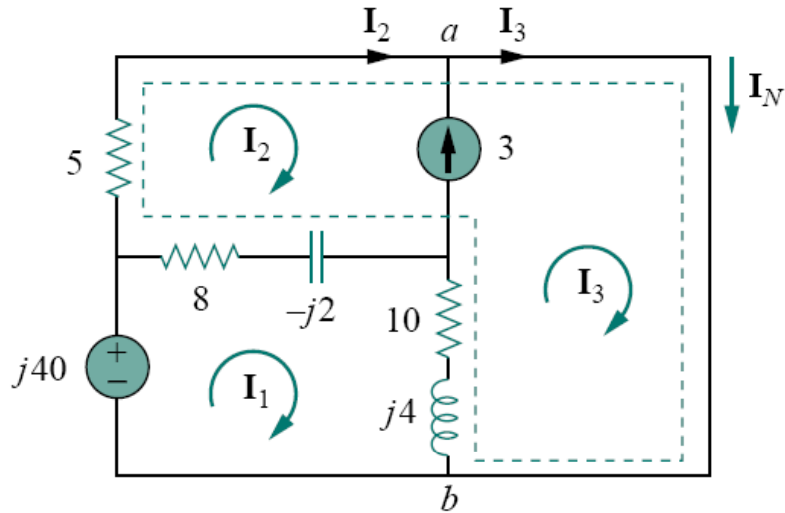
$Z_N$  به همان روشی که  $Z_{Th}$  را قبلاً بدست می آوریم قابل محاسبه است.

بنابراین با حذف منابع مستقل می توان نشان داد که:

$$Z_N = 5 \Omega$$



حال می توان  $I_N$  را بدست آورد. بدین منظور سرهای  $a$  و  $b$  را اتصال کوتاه نموده و مطابق شکل جریان گذرنده از آن را بدست آورید. بدین منظور از تحلیل مش استفاده کنید. توجه داشته باشید که مش های ۲ و ۳ یک ابرمش تشکیل می دهند.



$$-j40 + (18 + j2)I_1 - (8 - j2)I_2 - (10 + j4)I_3 = 0 \quad (1) \text{ برای مش شماره ۱:}$$

$$(13 - j2)I_2 + (10 + j4)I_3 - (18 + j2)I_1 = 0 \quad (2) \text{ برای ابرمش:}$$

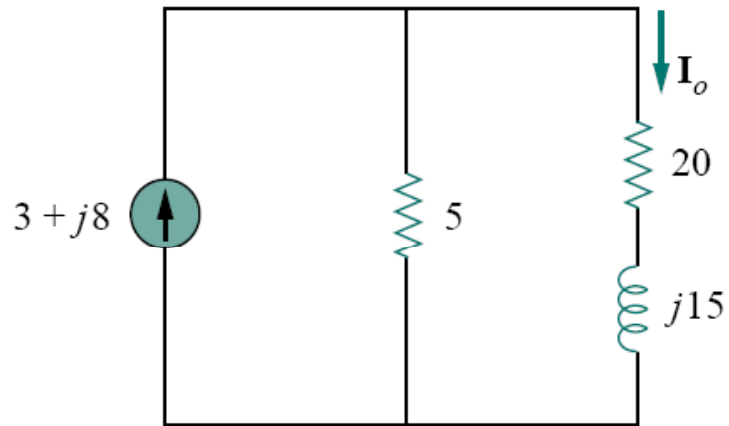
$$I_3 = I_2 + 3 \quad (3) \text{ KCL در گره a:}$$

حال از جمع معادلات ۱ و ۲ می توان به معادله ذیل دست یافت:

$$-j40 + 5\mathbf{I}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = j8$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 + 3 = 3 + j8$$

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_3 = (3 + j8) \text{ A}$$



بنابراین می توان به سادگی جریان  $\mathbf{I}_o$  را از تقسیم مقاومتی بدست آورد:

$$\mathbf{I}_o = \frac{5}{5 + 20 + j15} \mathbf{I}_N = \frac{3 + j8}{5 + j3} = 1.465 \angle 38.48^\circ \text{ A}$$

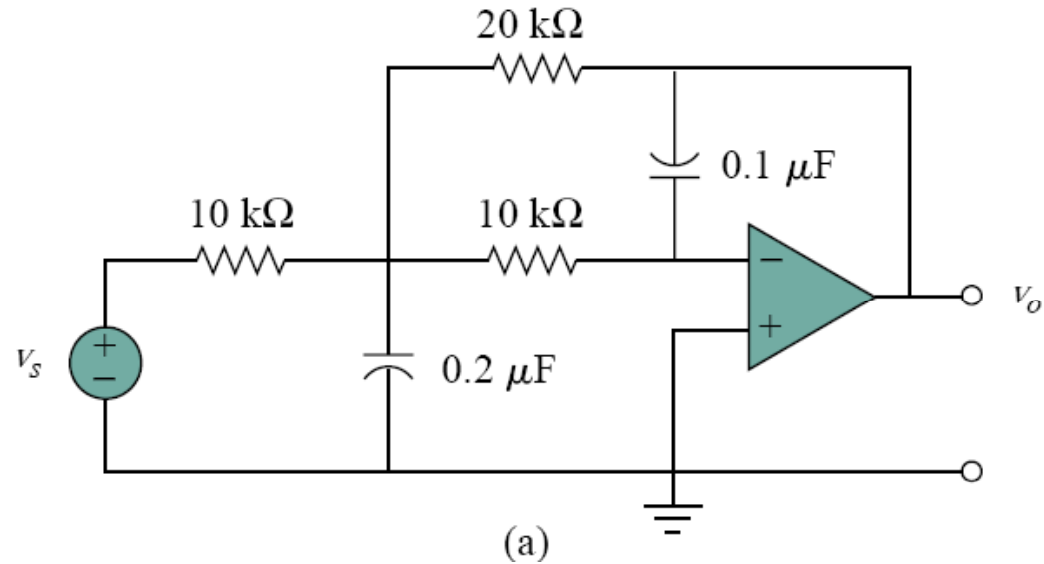
# مدارهای متناوب با تقویت کننده عملیاتی

سه مرحله‌ای که قبلاً برای تحلیل مدارهای متناوب گفته شد را می‌توان برای مدارهای حاوی تقویت کننده عملیاتی نیز بکار برد. البته تا جایی که تقویت کننده عملیاتی در ناحیه خطی باقی بماند.

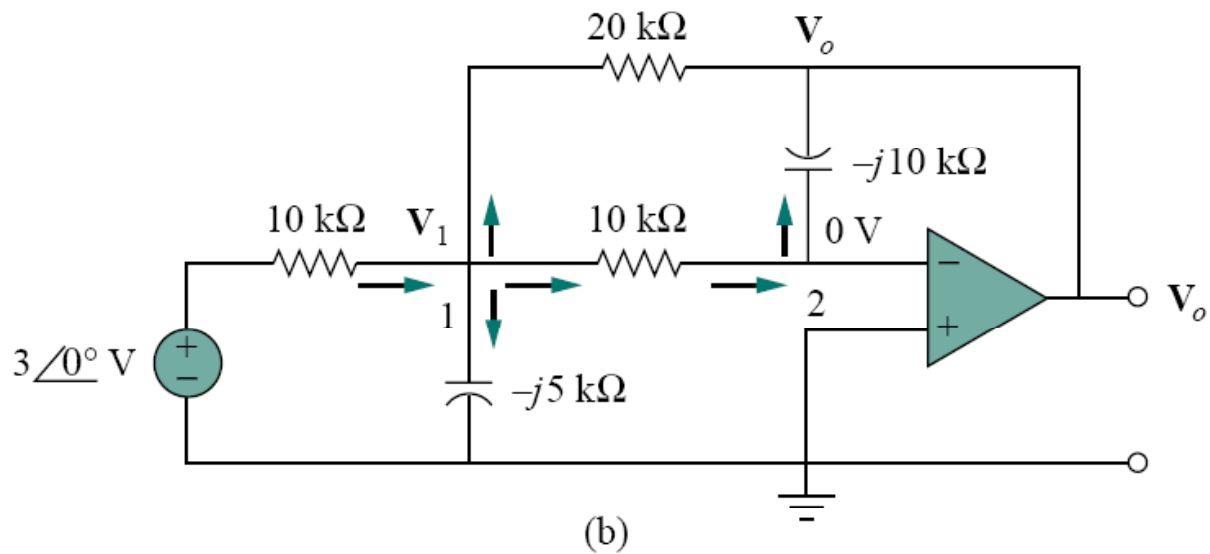
نکته کلیدی آن است که تقویت کننده عملیاتی را از نوع ایده‌آل در نظر گرفته و از دو خصوصیت آن یعنی:

۱. هیچ جریانی وارد پایه‌های ورودی نمی‌شود.
  ۲. اختلاف ولتاژ بین دو پایه ورودی تقویت کننده عملیاتی صفر است.
- مثال‌هایی که در آینده می‌آید این موارد را توصیف خواهد کرد.

$v_s = 3 \cos 1000t \text{ V}$  فرض کنید. حساب کنید. مدار ذیل را در مدار  $v_o(t)$



ابتدا لازم است مدار به حوزه فرکانس تبدیل شود بدین منظور با توجه به فرکانس زاویه‌ای منبع  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ ، امپدانس‌های کلیه عناصر و همچنین فازور منبع مستقل را بدست آورید.



تبدیل یافته مدار در حوزه  
فرکانس

$$\frac{3\angle 0^\circ - V_1}{10} = \frac{V_1}{-j5} + \frac{V_1 - 0}{10} + \frac{V_1 - V_o}{20}$$

KCL در گره ۱:

$$6 = (5 + j4)V_1 - V_o$$

$$\frac{V_1 - 0}{10} = \frac{0 - V_o}{-j10}$$

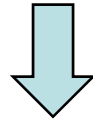
KCL در گره ۲:

$$V_1 = -jV_o$$

با جایگذاری معادله گره ۲ در معادله گره ۱:

$$6 = -j(5 + j4)V_o - V_o = (3 - j5)V_o$$

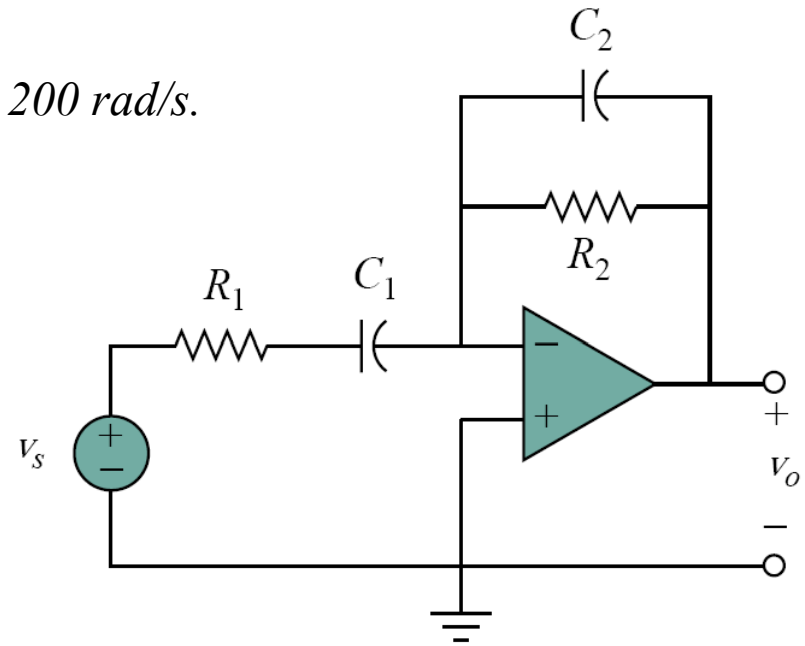
$$V_o = \frac{6}{3 - j5} = 1.029 \angle 59.04^\circ$$



$$v_o(t) = 1.029 \cos(1000t + 59.04^\circ) \text{ V}$$

بهره حلقه بسته و اختلاف فاز خروجی-ورودی را در مدار ذیل بدست آورید:

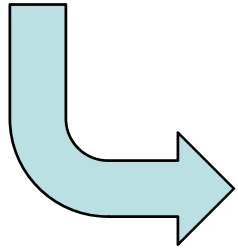
$$R_1 = R_2 = 10 \text{ k}, C_1 = 2 \mu\text{F}, C_2 = 1 \mu\text{F}, \text{ and } \omega = 200 \text{ rad/s}.$$



$$\mathbf{Z}_f = R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

$$\mathbf{Z}_i = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_s} = -\frac{\mathbf{Z}_f}{\mathbf{Z}_i} = \frac{j\omega C_1 R_2}{(1 + j\omega R_1 C_1)(1 + j\omega R_2 C_2)}$$



$$\mathbf{G} = \frac{j4}{(1 + j4)(1 + j2)} = 0.434 \angle -49.4^\circ$$

بنابراین بهره 0.434 و اختلاف فاز نیز  $-49.4^\circ$  می باشد.

## خلاصه

۱. می توان تحلیل گره و تحلیل مش را با استفاده از KCL و KVL برای حالت فازوری مدارها هم بکار برد.
۲. برای حل پاسخ حالت ماندگار مداری که دارای منابع مستقل با فرکانس های مختلف است، هر منبع را باید جداگانه در نظر گرفت. طبیعی ترین راه استفاده از قضیه جمع آثار است. برای هر فرکانس یک مدار فازوری مجزا باید تحلیل شود. پاسخ کلی از جمع پاسخ های حوزه زمان همه مدارهای فازوری بدست می آید.
۳. مفهوم تبدیل منبع را برای حوزه فرکانس نیز قابل استفاده است.
۴. مدار معادل تونن یک مدار متناوب شامل یک منبع ولتاژ  $V_{Th}$  سری با یک امپدانس  $Z_{Th}$  است.
۵. مدار معادل نورتن یک مدار متناوب شامل یک منبع جریان  $I_N$  موازی با یک امپدانس معادل نورتن  $Z_N (= Z_{Th})$  است.

# تمرین‌های فصل ۱۰

10.1, 10.5, 10.7, 10.14, 10.21, 10.24, 10.30, 10.34, 10.36,  
10.42, 10.53, 10.56, 10.59, 10.62